

この教科書で学ぶみなさんへ

みなさん、進級おめでとう。
中学校生活最後の年を楽しんで、たくさんの思い出をつくってください。

みなさんが学んでいく中で得る知識や、見方・考え方は、
数学の問題だけでなく、身のまわりの問題を考えるときにも役に立ちます。
そして、自分から進んで考え、疑問をもち、それを解決しようとする姿勢は、
これからのみなさんの力となることでしょう。

この教科書を使って、数学の世界をさらにひろげていきましょう。



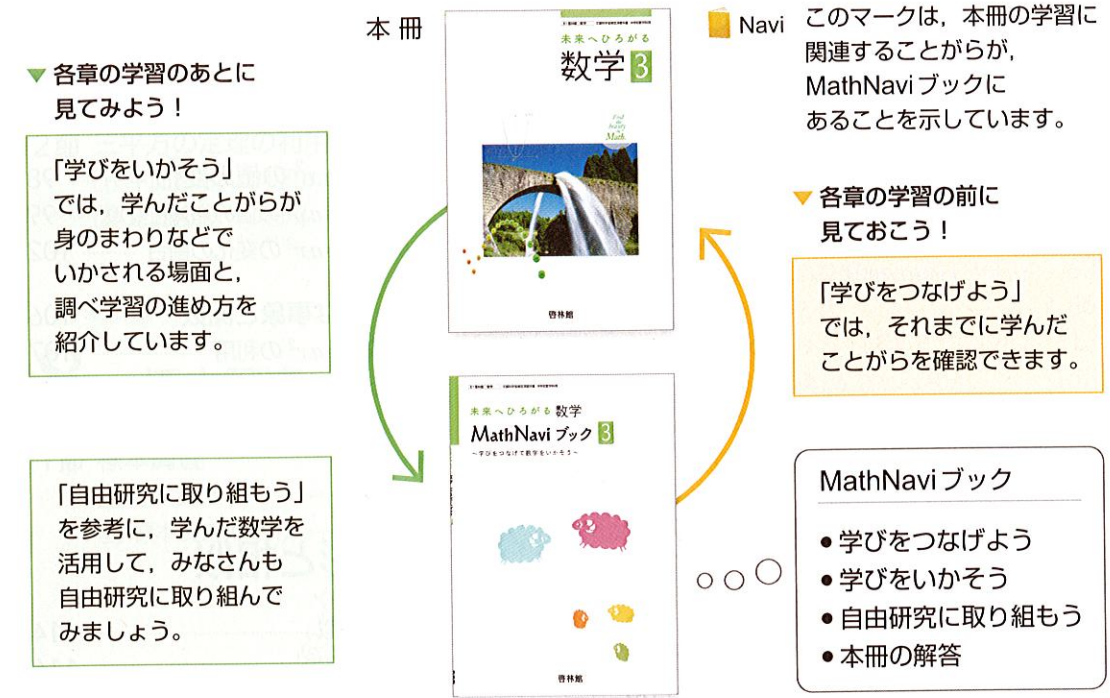
けいた
活発で、何事にも興味をもって取り組みます。疑問に思ったことをそのままにしないで、解決しようとする姿は、みんなをいつも感心させます。

エール
考えることが大好きで、ここぞというときに、たよりになる存在です。

かりん
自分の考えをしっかりと、それをわかりやすく説明する姿は、みんなのあこがれです。ノートのとり方もじょうずで、みんながお手本にするほどです。

教科書の構成

教科書は、この本（本冊）と MathNavi ブックの 2 冊で構成されています。



MathNaviブックには、本冊の各章の学習と関連のあるこれまでに学んだ内容や、各章の学習を活用した場面などをとり上げています。各章の学習前や学習後などに、取り組んでみましょう。（全員が一律に学習する必要はありません。）

発展 発展マークのついているところは、数学第3学年の学習指導要領に示されていない内容を取り上げています。興味・関心に応じて取り組んでみましょう。

保護者の方へ

この教科書は、これまでの学習との関連をはかりながら、新しいことがら学べるようにくふうされています。また、数学的な知識をしっかりと定着させるだけでなく、数学を活用して身のまわりの問題を解決していく内容も充実させています。ぜひ、保護者の方も、この教科書を通して、家庭・地域などでも子どもたちと一しょに数学の楽しさにふれ、考えることの楽しさを実感してみてください。

章の学習

1節 とびら 新しい節の学習にはいるための活動の場面です。

ひろげよう 新しい学習のきっかけとなる問題です。

例1 学習することがらを理解するための具体的な例です。

例題 1 学習したことがらを使って解くことができる問題です。
ノートで示されている解答は、標準的な書き方です。

問1 例や例題などで学習したことがらを身につける問題です。
もっと練習したいときには、p.00 ○ に取り組みましょう。

新しい学習が
はじまるよ



みんなて話しあってみよう

自分のことばで伝えよう

自分の考えをまとめよう

考えたことやわかったことなどを話しあったり、
わかりやすく伝えたり、ノートやレポート用紙に
まとめたりする場面です。

身のまわりへひろげよう その章で学習したことがらを使って、身のまわりの
問題を解決する活動の場面です。

練習問題

..... 学習したことがらを、より深めるための問題です。

ふりかえり

これまでに学んだ
関連することがらが
書かれています。

本文の学習の
ポイントなどが
まとめられています。

見方・考え方

この学習で身につけたい
数学的な見方や考え方が
書かれています。

ひろがる数学

この学習に関連する
ことがらが、「ひろがる数学」
にあることを示しています。
積極的に取り組みましょう。

このマークがついている
問題では、定規、
コンパス、分度器を
用意しましょう。

このマークがついている
問題では、電卓を
使ってもかまいません。

章末の学習

基本のたしかめ

..... その章で学んだ基本のことがらが身についているかを
確認する問題です。解けない問題があったときには、
右側に書かれたページにもどって復習しましょう。

章末問題

..... 基本がじゅうぶんに身についたら、この問題に
取り組みましょう。

千思万考

..... 千思万考とは、あれこれ思いをめぐらせて、じっくり
考えるという意味です。
この問題を千思万考してみましよう。

数学展望台

..... 数学にまつわるお話です。学んだことがらと、
どんな関係があるのかを考えながら読みましよう。
興味をもったお話は、さらにくわしく調べましよう。

力をつけよう

くり返し練習

..... 家で学習するときや、授業中に **問** が早く終わった
ときなどに取り組む問題です。

3年間のまとめの問題

..... 章末問題が終わったあとや、これまでの学習の
総仕上げをするときに取り組む問題です。

数学広場

ひろがる 数学

..... 学んだことがらを、³²違った見方をしたり、さらに
深めたりすることができる題材を集めています。

数学を通して 考えよう

..... 数学を身のまわりなどのいろいろな場面で活用する
題材を集めています。

「章末の学習」、「力をつけよう」、「数学広場」の解答は、MathNaviブックにあります。

みなさんは、数学の学習は「問題の答えを求めること」だと思いませんか。もちろん、問題の答えを求めることはたいせつですが、それだけが数学の学習ではありません。

- 答えを求めるために、いろいろためてきまりを見つける。
- 予想を立て、その予想が正しいかどうかを考える。
- 考えたことを説明する。
- みんなで話しあって考えを深める。

なども、たいせつな数学の学習なのです。

与えられた問題を解決するだけでなく、身のまわりで不思議に思ったことについて、数学を使って考え、疑問を解決することができれば、数学がより身近なものに感じられて、いっそう楽しくなってくるはずですよ。

このように、数学を学ぶときには、学習の進め方に少し目を向けるだけで、数学の学習で身につけたことを、授業はもちろん、日常生活のさまざまな場面で活用することができるようになります。



学習したことをもとにして、新しいことを発見しよう

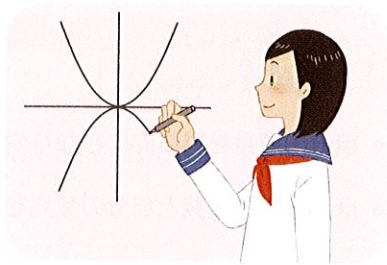
新しいことを発見すると、これまでよりもひろくものごとを考えられるようになり、さらに新しいことへと発展させることもできるようになります。

数学の学習も同じです。何か新しいことを自分で発見できないか、発見したことがらをさらに発展させられないかを考えることをたいせつにしましょう。

また、新しく学ぶことが、すでに学んだこととどのような関係があるのかを考えてみましょう。そして、すでに学んだことからの条件を変えたり、逆向きにみたりしながら学習に取り組んでみましょう。

そうすることで、数や図形などについての新しい性質や考え方をみずから発見したり、発展させたりすることができるようになり、よりいっそう数学のよさや楽しさを実感することができるようになります。

さあ、みなさん自身で、学習したことをもとにして、数学の世界をどんどんひろげていきましょう。



学習したことをさまざまな場面で利用しよう

学習を通して知識を増やしていくことは、とてもたいせつなことです。知識を増やしていくことは、たくさんの道具を持つことと同じです。しかし、道具は使わなければ意味がありません。

数学の学習では、学んでいく中でたくさんの知識や考え方を身につけていきます。

この身につけた知識や考え方を、数学の問題を解くときだけでなく、身のまわりや社会のできごと、他教科の学習などのさまざまな場面でも利用できないか考えてみましょう。

数学の学習を通して身につけた道具を使って、こうした場面をもう一度見なおしてみよう。

数学を通して見ると、これまでとは違って見えるかもしれません。

また、そうした場面での問題に取り組むことで、身につけた知識や考え方がより確実な、使いやすい道具になっていくでしょう。



話しあいや発表などを通して、自分の考えを深めよう

ことばや文字で表現することはとてもたいせつなことです。

数学の学習では、ことばだけでなく、数や記号、式、図、表、グラフなどを用いたりして、自分の考えを、根拠を明らかにして、すじ道を立てて伝えるようにくふうしましょう。

また、ほかの人の話を聞くことで、考えをひろげたり、理解を深めたり、疑問を解決したり、新しいことに気づいたりすることもたいせつです。

話しあうときには

- 自分の意見を具体的にわかりやすく伝えよう。
- ほかの人の意見と自分の意見をくらべながら聞こう。
- 話しあったことをまとめよう。



発表する・発表を聞くときには

- 自信をもって、大きな声で、みんなの方を見て話そう。
- 疑問に思ったことやつけたしたいことは、手をあげて発言しよう。



まとめるときには

- 自分の考えを整理しよう。
- まとめたあとは、ほかの人がまとめたものとくらべたり、意見や感想を聞いたりしよう。



数学の見方・考え方にも目を向けよう

この教科書には、右のような看板がついているところがあります。これは、みなさんに意識してほしいたいせつな見方や考え方を示しています。

見方・考え方
条件がえをする

2年ではどうだったかな？



2年の「式の計算」では、2けたの正の整数と、その数の十の位の数と一の位の数を入れかえてできる数との和がどうなるかを考えました。
また、和を差にかえるとどうなるかも考えました。

$$(10a+b)+(10b+a)=?$$

和を差にかえる

$$(10a+b)-(10b+a)=?$$



3年では、どんなことをするのか？

1章「式の展開と因数分解」では、連続する2つの偶数の積に1をたした数がどうなるかを考えます。
そのあと、「偶数を奇数にかえる」とどうなるかを考えます。

p.34

前ページの^{ついで}で、偶数を奇数にかえて、同じように予想しなさい。また、その予想が正しいかどうかを、式の計算を使って調べなさい。

見方・考え方
条件がえをする

34ページの「条件がえをする」は、考えた問題の一部をかえて新しくいえそうなことを見つけ出そうというメッセージです。

看板は
ほかにもあるよ

数学では、考えた問題の一部をかえて、新しい発見がないかどうかを考えることがよくあります。
このような見方や考え方をたいせつにして、数学の世界をひろげていきましょう。



ノートをくふうして、学習に役立てよう

ノートは授業の記録であるとともに、これからの学習の手がかりにもなります。問題が解けず困ったときなどには、もう一度ノートを見なおして考え方のヒントを探してみましょう。きっと新たな発見があるはずです。

ノートには、黒板に書かれたことをただ写すだけではなく、先生の説明やほかの人の発言でたいせつだと思ったこと、自分で考えたことなども書き加えておきましょう。これらのことをノートにまとめると、知識や考えが整理され、理解が深まります。ここでは、いくつかのノートのとり方を紹介します。

問1 関数 $y = 2x^2$
(1) $-1 \leq x \leq 2$ のときの y の変域

★ 色も使って、わかりやすくしておこう。

◆ ○×をつけるだけでなく、なぜ間違えたのかを書こう。そして、その問題をもう一度解いて、同じ間違いを防ごう。

◆ 先生の説明やほかの人の発言でたいせつだと思ったことを書こう。

◎ y の変域を考えるときには、
① グラフをかく。
② x の変域に 0 がふくまれるかどうか注意する。

$x = -1$ のとき、 $y = 2$
 ~~$x = 2$ のとき、 $y = 8$~~
だから、
 ~~$2 \leq y \leq 8$~~ $0 \leq y \leq 8$

★ はノートに書くときに気をつけること
◆ はたいせつだと思ったことや自分の意見など



★ 分数は2行を使って書こう。途中の式も書いておこう。「b」は「6」と見間違えないようにていねいに書こう。「/」と書くこともあるよ。

問3 (1) $x^2 + 4x - 3 = 0$
解の公式で、 $a = 1$ 、 $b = 4$ 、 $c = -3$ の場合だから、
 $x = \frac{-4 \pm \sqrt{4^2 - 4 \cdot 1 \cdot (-3)}}{2}$
 $= \frac{-4 \pm \sqrt{16 + 12}}{2}$
 $= \frac{-4 \pm \sqrt{28}}{2}$
 $= -2 \pm \sqrt{7}$

別の解き方
 $(x+m)^2 - n$ の形にすると、
 $x^2 + 4x - 3 = 0$
 $x^2 + 4x = 3$
両辺に 2^2 をたすと、
 $x^2 + 4x + 2^2 = 3 + 2^2$
 $(x+2)^2 = 7$
 $x+2 = \pm\sqrt{7}$
 $x = -2 \pm \sqrt{7}$

◆ 自分で考えたことや、気づいたことも書こう。式や答えだけでなく、図もかいて考えよう。図は定規、コンパス、分度器などを使って、大きくていねいにかこう。

例題
2

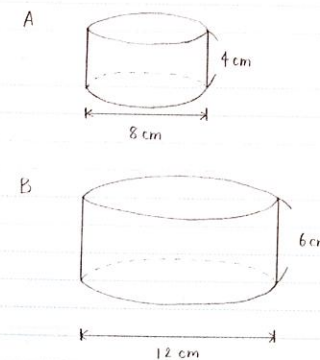
道の面積 S は、
 $S = \pi(a+r)^2 - \pi r^2$
 $= \pi(a^2 + 2ar + r^2) - \pi r^2$
 $= \pi a^2 + 2\pi ar \dots \text{①}$
道のまん中を通る円の周の長さ l は、その円の半径が $\frac{a}{2} + r$ だから、

② 花だんが円形でない場合は、どうなるのかな？

◆ 疑問に思ったことを書こう。あとで先生にたずねたり、自分で考えたり調べたりして解決しておこう。

③ みんなで話しあってみよう④

Aを6個買うのとBを2個買うのでは、どちらが割安？



自分の考え
A1個の体積は、
 $\pi \times 4^2 \times 4 =$
これが6個で、
B1個の体積は、
 $\pi \times 6^2 \times 6 =$
これが2個で、

◆ みんなで意見を出しあうところでは、自分の意見だけでなく、ほかの人の意見も書いて、自分の考えを見なおしたり、さらに深めたりしよう。

けいたこの考え
AとBは相似な円柱で、
相似比は2:3だから、
体積の比は



自分の考えをまとめよう のコーナーなどでは、ほかの人にもわかりやすくまとめることもたいせつだよ



1章

式の展開と因数分解

1節 式の展開と因数分解

計算のきまりを見つけよう

下の計算は、一の位の数か5である2けたの自然数を2乗したものです。

$$\begin{array}{r} \textcircled{1} \quad \begin{array}{r} 45 \\ \times 45 \\ \hline 2025 \end{array} \end{array}$$

$$\begin{array}{r} \textcircled{2} \quad \begin{array}{r} 55 \\ \times 55 \\ \hline 3025 \end{array} \end{array}$$

$$\begin{array}{r} \textcircled{3} \quad \begin{array}{r} 65 \\ \times 65 \\ \hline 4225 \end{array} \end{array}$$

みんなて話しあってみよう

一の位の数か5である2けたの自然数の2乗の計算には、どんなきまりがあるでしょうか。

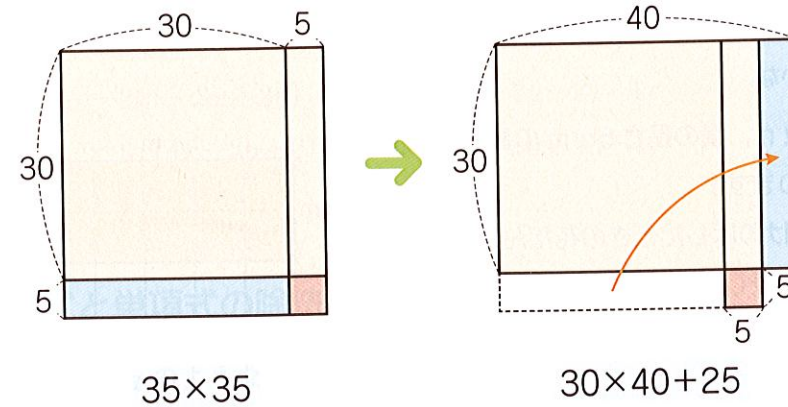
$$\begin{array}{r} 35 \\ \times 35 \\ \hline \end{array}$$

どうして
こんなきまりに
なるのかな？

きまりがわかれば
すぐに答えを出すことが
できるようになるね

$$\begin{array}{r} 45 \\ \times 45 \\ \hline 2025 \end{array} \quad \begin{array}{r} 55 \\ \times 55 \\ \hline 3025 \end{array} \quad \begin{array}{r} 65 \\ \times 65 \\ \hline 4225 \end{array} \quad \begin{array}{r} 35 \\ \times 35 \\ \hline \end{array}$$

けいたさんは、 35×35 の計算について、見つけたきまりを
図を使って説明しました。



自分のことばで伝えよう

前ページの①～③の計算について、
上と同じように考えて、図を使って
説明しましょう。



文字式の計算について、さらに学びましょう。

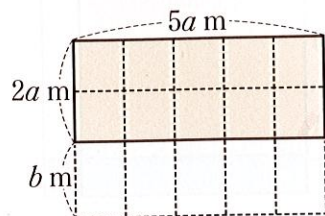
1 式の乗法, 除法


多項式の乗除の計算について
学びましょう。

■ 多項式と単項式の乗法

 どうなるかな

縦の長さ $2a$ m, 横の長さ $5a$ m の長方形の花だんがあります。
縦を b m だけのぼしたときの花だんの面積を, 式に表しましょう。



上の  の面積を表す式は, 図から,

$$(2a+b) \times 5a \text{ (m}^2\text{)}, \text{ または, } 5a \times (2a+b) \text{ (m}^2\text{)}$$

となります。

このような,

$$\text{多項式} \times \text{単項式}, \quad \text{単項式} \times \text{多項式}$$

の計算では, 分配法則

$$(a+b)c = ac+bc \quad c(a+b) = ca+cb$$

を用いて, 多項式 \times 数 の場合と同じように計算することができます。

見方・考え方
同じように考える

例 1 多項式 \times 単項式

$$\begin{aligned} &(2a+b) \times 5a \\ &= 2a \times 5a + b \times 5a \\ &= 10a^2 + 5ab \end{aligned}$$

上の図で
 $(2a+b) \times 5a$
 $= 10a^2 + 5ab$
を確かめてみよう



$$(2a+b) \times 5a$$

例 2 単項式 \times 多項式

$$\begin{aligned} &-6x(x-2y) \\ &= -6x \times x + (-6x) \times (-2y) \\ &= -6x^2 + 12xy \end{aligned}$$

$$-6x(x-2y)$$

問 1 次の計算をなさい。

- | | |
|----------------------------|--------------------------|
| (1) $(2x+y) \times 7x$ | (2) $(3a-b) \times 4a$ |
| (3) $(5a-6b) \times (-2b)$ | (4) $4x(2x-1)$ |
| (5) $2x(x+3y)$ | (6) $-3a(8a+7b)$ |
| (7) $-2x(-3x+2y)$ | (8) $(x-3y-2) \times 4x$ |
| (9) $-3x(4x-3y+2)$ | (10) $3a(-a+2b-1)$ |

■ 多項式と単項式の除法

$(6a^2-9a) \div 3a$ のような

多項式 \div 単項式

の計算では, 多項式 \div 数 の場合と同じように計算することができます。

$$\begin{aligned} &(A+B) \div C \\ &= \frac{A}{C} + \frac{B}{C} \end{aligned}$$

見方・考え方
同じように考える

例 3 多項式 \div 単項式①

$$\begin{aligned} (6a^2-9a) \div 3a &= \frac{6a^2}{3a} - \frac{9a}{3a} \\ &= 2a-3 \end{aligned}$$

例 4 多項式 \div 単項式②

$$\begin{aligned} (2x^2+4xy) \div \frac{2}{3}x &= (2x^2+4xy) \times \frac{3}{2x} \\ &= 2x^2 \times \frac{3}{2x} + 4xy \times \frac{3}{2x} \\ &= 3x+6y \end{aligned}$$

$$\frac{2}{3}x = \frac{2x}{3}$$

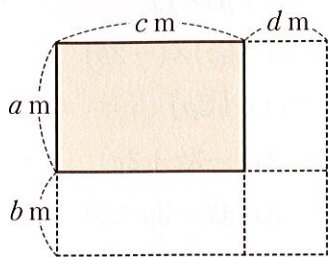
問 2 次の計算をなさい。

- | | |
|--|---|
| (1) $(5x^2-10x) \div 5x$ | (2) $(8a^2-2a) \div 2a$ |
| (3) $(6ax+3ay) \div (-3a)$ | (4) $(-10x^2+x) \div \frac{x}{2}$ |
| (5) $(3x^2+6xy) \div \left(-\frac{3}{4}x\right)$ | (6) $(15x^2y-9xy^2) \div \frac{3}{2}xy$ |

■ 多項式の乗法

ひらげよ
どうなるかな

縦の長さ a m, 横の長さ c m の長方形の花だんがあります。
縦を b m, 横を d m だけのばしたときの花だんの面積を, 式に表しましょう。



上の図で, 縦と横をのばしてできる長方形の面積を表す式は,

$$\text{縦} \times \text{横} \text{ で表すと, } (a+b)(c+d) \text{ (m}^2\text{)}$$

$$4 \text{ つの長方形の和で表すと, } ac+ad+bc+bd \text{ (m}^2\text{)}$$

したがって, 次の式が成り立ちます。

$$(a+b)(c+d) = ac+ad+bc+bd$$

このことは, 分配法則を使って, 次のように説明できます。

$(a+b)(c+d)$ で, $c+d$ を1つのものとみて, これを M とすると,

$$\begin{aligned} (a+b)(c+d) &= (a+b)M \\ &= aM+bM \\ &= a(c+d)+b(c+d) \\ &= ac+ad+bc+bd \end{aligned}$$

分配法則
Mをc+dに
もどす
分配法則

見方・考え方

いろいろな見方

$c+d$ を1つのものとみる

このように, 積の形で書かれた式を計算して, 和の形で表すことを, もとの式を ^{てんかい}展開する といいます。

$$\begin{aligned} &(a+b)(c+d) \\ &\quad \downarrow \text{展開} \\ &ac+ad+bc+bd \end{aligned}$$

例5 式の展開

$$\begin{aligned} (x-3)(y+5) &= x(y+5)-3(y+5) \\ &= xy+5x-3y-15 \end{aligned}$$

問3 次の式を展開しなさい。

- (1) $(a+b)(c-d)$ (2) $(a-b)(c-d)$
(3) $(x+2)(y+3)$ (4) $(x-1)(y+4)$

展開した式に同類項があるときは, まとめて簡単にします。

例6 同類項があるとき①

$$\begin{aligned} (x-4)(x-7) &= x(x-7)-4(x-7) \\ &= x^2-7x-4x+28 \\ &= x^2-11x+28 \end{aligned}$$



x^2 と $-11x$ はまとめることができないね

問4 次の式を展開しなさい。

- (1) $(x-2)(x-6)$ (2) $(x-4)(x+5)$
(3) $(2a+1)(a+4)$ (4) $(3x+5)(4x-7)$

p.207 ①

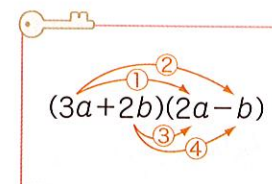
例7 同類項があるとき②

$$\begin{aligned} (3a+2b)(2a-b) &= 3a(2a-b)+2b(2a-b) \\ &= 6a^2-3ab+4ab-2b^2 \\ &= 6a^2+ab-2b^2 \end{aligned}$$

例7 では, 右のように, 順にかけあわせて,

$$6a^2-3ab+4ab-2b^2$$

を, 直接導くこともできます。



問5 次の式を展開しなさい。

- (1) $(3a+2b)(2a+3b)$ (2) $(9a-2b)(5a+6b)$
(3) $(7x+4y)(x-5y)$ (4) $(2x-3y)(8x-y)$

例8 同類項があるとき③

$$\begin{aligned} (3x-y)(4x+3y-2) &= 3x(4x+3y-2)-y(4x+3y-2) \\ &= 12x^2+9xy-6x-4xy-3y^2+2y \\ &= 12x^2+5xy-6x-3y^2+2y \end{aligned}$$

問6 次の式を展開しなさい。

- (1) $(a+1)(a+b-1)$ (2) $(a+2b)(2a+b+1)$
(3) $(x+2y-1)(2x-y)$ (4) $(x-y+3)(3x-2y)$

p.207 ②

2 乗法の公式

式の展開について
まとめましょう。

■ $(x+a)(x+b)$ の展開

ひらげよ
どんなことがわかるかな

次の式の□にあてはまる数をいみましょう。
これらの式から、どんなことがわかるでしょうか。

- (1) $(x+3)(x+5) = x^2 + \square x + \square$
- (2) $(x-3)(x+5) = x^2 + \square x + \square$
- (3) $(x+3)(x-5) = x^2 + \square x + \square$
- (4) $(x-3)(x-5) = x^2 + \square x + \square$

□には負の数か
はいることも
あるよ



$(x+a)(x+b)$ を展開すると、

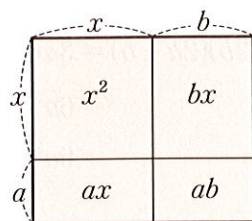
$$\begin{aligned} (x+a)(x+b) &= x^2 + bx + ax + ab \\ &= x^2 + (a+b)x + ab \end{aligned}$$

だから、

x の係数は、 a と b の和

数の項は、 a と b の積

となります。



$(x+a)(x+b)$ の展開

$$(x+a)(x+b) = x^2 + (a+b)x + ab$$

例 1 $(x+a)(x+b)$ の展開

$(x-2)(x+5)$ の展開では、

x の係数は、 $(-2)+5 = 3$

数の項は、 $(-2) \times 5 = -10$

だから、 $(x-2)(x+5) = x^2 + 3x - 10$

$$\begin{aligned} (x-2)(x+5) &= x^2 + 3x - 10 \\ &= x^2 + (-2+5)x + (-2) \times 5 \end{aligned}$$

問 1 次の式を展開しなさい。

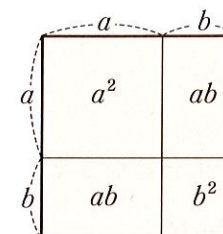
- (1) $(x+2)(x+3)$
- (2) $(x-6)(x-4)$
- (3) $(x+9)(x-5)$
- (4) $(x+5)(x-8)$
- (5) $(a-1)(a+2)$
- (6) $(y+2)(y-6)$

p.207 ③

■ $(a+b)^2$, $(a-b)^2$ の展開

$(a+b)^2$ は、次のように展開できます。

$$\begin{aligned} (a+b)^2 &= (a+b)(a+b) \\ &= a^2 + ab + ab + b^2 \\ &= a^2 + 2ab + b^2 \end{aligned}$$



同じようにして、

$$\begin{aligned} (a-b)^2 &= (a-b)(a-b) \\ &= a^2 - 2ab + b^2 \end{aligned}$$

見方・考え方
同じように考える

平方の公式

$$(a+b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$$

$$(a-b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$$

例 2 平方の公式を使った展開①

$(x+5)^2$ の展開は、

x を a , 5 を b

と考えると、平方の公式を使う。

$$(x+5)^2 = x^2 + 10x + 25$$

$$\begin{aligned} (a+b)^2 &= a^2 + 2 \times a \times b + b^2 \\ (x+5)^2 &= x^2 + 2 \times x \times 5 + 5^2 \end{aligned}$$

問 2 次の式を展開しなさい。

- (1) $(a+3)^2$
- (2) $(x-7)^2$
- (3) $(y+4)^2$

例 3 平方の公式を使った展開②

$$\begin{aligned} (x-3y)^2 &= x^2 - 2 \times x \times 3y + (3y)^2 \\ &= x^2 - 6xy + 9y^2 \end{aligned}$$

問 3 次の式を展開しなさい。

- (1) $(x-5y)^2$
- (2) $(a+4b)^2$
- (3) $(4x-y)^2$
- (4) $(2x+3y)^2$
- (5) $\left(a + \frac{1}{2}b\right)^2$
- (6) $(-x+2y)^2$

p.207 ④

■ $(a+b)(a-b)$ の展開

$$(a+b)(a-b) = a^2 - ab + ab - b^2 = a^2 - b^2$$

和と差の積

$$(a+b)(a-b) = a^2 - b^2$$

例 4 和と差の積の展開

(1) $(x+5)(x-5)$ $= x^2 - 5^2$ $= x^2 - 25$	⋮	(2) $(2-a)(2+a)$ $= 2^2 - a^2$ $= 4 - a^2$
---	---	--

問 4 次の式を展開しなさい。

(1) $(x+8)(x-8)$	(2) $(3-a)(3+a)$
(3) $(5x+1)(5x-1)$	(4) $(3x+2y)(3x-2y)$
(5) $\left(x - \frac{1}{3}\right)\left(x + \frac{1}{3}\right)$	(6) $(a-6b)(a+6b)$

これまでに学んだ乗法の公式を使って、式を簡単にすることを考えましょう。

乗法の公式を使って式を簡単にすること

例題 1

$(x+2)^2 - (x+4)(x-1)$ を簡単にしなさい。

考え方 まず、 $(x+2)^2$ と $(x+4)(x-1)$ を、それぞれ展開します。

解答

$$\begin{aligned} & (x+2)^2 - (x+4)(x-1) \\ &= (x^2 + 4x + 4) - (x^2 + 3x - 4) \\ &= x^2 + 4x + 4 - x^2 - 3x + 4 \\ &= x + 8 \end{aligned}$$

問 5 次の式を簡単にしなさい。

(1) $(x-3)^2 + (x-1)(x+7)$
(2) $(x+2)(x+9) - x(x+10)$

これまでに学んだ乗法の公式は、次のようにまとめられます。

① $(x+a)(x+b) = x^2 + (a+b)x + ab$
② $(a+b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$
③ $(a-b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$
④ $(a+b)(a-b) = a^2 - b^2$

練習問題

2 乗法の公式

① 次の式を展開しなさい。

(1) $(x+7)(x+4)$	(2) $(x+10)(x-2)$
(3) $(x-8)(x+1)$	(4) $(x-4y)(x-9y)$
(5) $(x+4)^2$	(6) $(3x-2)^2$
(7) $(4x-3y)^2$	(8) $\left(\frac{1}{2}x+2\right)^2$
(9) $(x+1)(x-1)$	(10) $(x-7y)(x+7y)$

② 次の式を展開しなさい。

(1) $\left(x + \frac{2}{3}\right)\left(x - \frac{1}{3}\right)$	(2) $\left(a - \frac{1}{2}\right)\left(a - \frac{1}{4}\right)$
(3) $(1-x)^2$	(4) $(5-t)(5+t)$
(5) $(-5x+1)(5x+1)$	(6) $\left(2x + \frac{1}{2}y\right)\left(2x - \frac{1}{2}y\right)$

③ 次の式を簡単にしなさい。

(1) $(x-7)(x+7) - (x-6)^2$
(2) $(x+1)(x+5) + (x-2)(x-4)$
(3) $(x+2)(x+3) - (x-6)(x+1)$
(4) $(a+b)^2 - (a-b)^2$
(5) $(2x+y)^2 - (x-3y)(x+3y)$

3 素因数分解

自然数を、それより小さい自然数の積で表すことを考えましょう。



どうなるかな

72を、1より大きい整数の積で表しましょう。

整数が、いくつかの整数の積の形で表されるとき、その1つ1つの数を、もとの数の**因数**といいます。

例1 72の因数

72は、 8×9 と表されるので、8, 9は、72の因数である。

また、72は、 6×12 とも表されるので、6, 12は、72の因数である。

2, 3, 5, 7などは、それより小さい自然数の積の形で表すことができません。

このような自然数を**素数**といいます。ただし、1は素数にはふくめません。

例2 20以下の素数

20以下の素数は、

2, 3, 5, 7,

11, 13, 17, 19

である。

1	2	3	4	5	6
7	8	9	10	11	12
13	14	15	16	17	18
19	20	21	22	23	24
25	26	27	28	29	30

問1 20より大きく、30以下の素数をいいなさい。

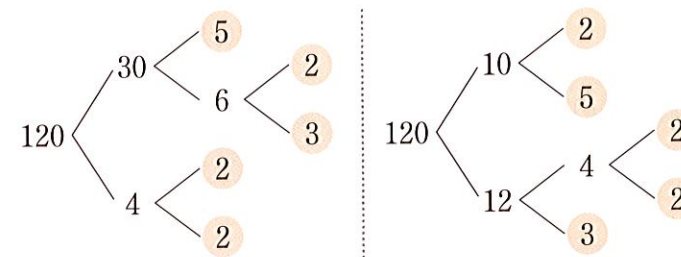
72を 8×9 と表したときの因数8, 9は、それぞれ、 $2 \times 2 \times 2$, 3×3 と表されるので、72は、次のように表すことができます。

$$72 = 2 \times 2 \times 2 \times 3 \times 3$$

このように、1と素数以外の自然数は、それを因数の積になおしていくと、最後には、素数だけの積に表すことができます。

素数である因数を、**素因数**といい、自然数を素数の積として表すことを、**素因数分解**するといいます。

例3 120の素因数分解



$$120 = 2 \times 2 \times 2 \times 3 \times 5 = 2^3 \times 3 \times 5$$

素因数分解は、どんな順序でも結果は同じになります。

自然数を素因数分解するのに、次のような方法もあります。

例4 84の素因数分解

84を素因数分解するのに、右のように、素数で次々にわっていくことによって、

$$84 = 2 \times 2 \times 3 \times 7 = 2^2 \times 3 \times 7$$

が得られる。

$$\begin{array}{r} 2 \overline{) 84} \\ 2 \overline{) 42} \\ 3 \overline{) 21} \\ \quad 7 \end{array}$$

問2 120を、例4の方法で素因数分解しなさい。

問3 次の自然数を素因数分解しなさい。

- (1) 20 (2) 54 (3) 126

ひろがる数学
最大公約数と
最小公倍数
→ p.232~p.233

4 因数分解

多項式を因数の積に表すことを考えましょう。

ひらけよ どうなるかな

右の(1)~(4)の式は、
㉞~㉟のどれかと等しく
なります。
等しいものどうしを、
線で結びましょう。

- | | | | |
|----------------|---|---|----------------|
| (1) a^2-9 | ・ | ・ | ㉞ $(a-1)(a-2)$ |
| (2) a^2-2a+1 | ・ | ・ | ㉟ $(a+2)^2$ |
| (3) a^2-3a+2 | ・ | ・ | ㉟ $(a-1)^2$ |
| (4) a^2+4a+4 | ・ | ・ | ㉟ $(a+3)(a-3)$ |

$(a+3)(a-3)$ は、展開すると a^2-9 になります。これを
逆にみると、 a^2-9 は、次のように積の形に表されます。

見方・考え方
逆向きみる

$$a^2-9 = (a+3)(a-3)$$

このとき、整数の場合と同じように、 $a+3$ 、 $a-3$ を
 a^2-9 の **因数** といいます。

また、多項式をいくつかの因数の積の形に
表すことを、その多項式を **因数分解** する と
いいます。

$$(a+3)(a-3) \xrightarrow{\text{展開}} a^2-9$$

← 因数分解

■ 共通因数をとり出す因数分解

$Ma+Mb$ のように、各項に共通な因数 M をもつ多項式は、
共通因数 M をとり出して、次のように因数分解することが
できます。

$$Ma+Mb = M(a+b)$$

例 1 共通因数をとり出す

$6x^2+3x$ の因数分解では、各項の
共通因数 $3x$ をとり出して、

$$6x^2+3x = 3x \times 2x + 3x \times 1$$

$$= 3x(2x+1)$$

$$6x^2 \cdots \cdots 2 \times 3 \times x \times x$$

$$3x \cdots \cdots 3 \times x$$

問 1 次の式を因数分解しなさい。

p.207 ⑥

- (1) $ab-ac$ (2) $4ax-2a$ (3) $2ax+3ay$
 (4) $8a^2b-4b^2$ (5) a^2b-ab^2 (6) $ax+bx+cx$

■ 乗法の公式を利用する因数分解

乗法の公式を利用して因数分解することを考えましょう。

$$a^2-b^2 = (a+b)(a-b)$$

例 2 和と差の積を使った因数分解

$4x^2-9$ では、

$$4x^2 = (2x)^2, \quad 9 = 3^2$$

だから、

$$4x^2-9 = (2x)^2-3^2$$

$$= (2x+3)(2x-3)$$

$$4x^2-9$$

$$= (2x)^2-3^2$$

$$a^2-b^2$$

2x を a とみよう

問 2 次の式を因数分解しなさい。

p.208 ⑦

- (1) x^2-y^2 (2) x^2-16
 (3) $9x^2-1$ (4) $49x^2-36y^2$



$$a^2+2ab+b^2 = (a+b)^2, \quad a^2-2ab+b^2 = (a-b)^2$$

例 3 平方の公式を使った因数分解①

$x^2+8x+16$ では、

$$16 = 4^2, \quad 8x = 2 \times x \times 4$$

だから、

$$x^2+8x+16 = x^2+2 \times x \times 4+4^2$$

$$= (x+4)^2$$

$$x^2+8x+16$$

$$= x^2+2 \times x \times 4+4^2$$

$$a^2+2ab+b^2$$

問 3 次の式を因数分解しなさい。

- (1) x^2+2x+1 (2) x^2-4x+4
 (3) $x^2+14x+49$ (4) $x^2-12x+36$

例4 平方の公式を使った因数分解②

$9x^2 - 30x + 25$ では、
 $9x^2 = (3x)^2$, $25 = 5^2$
 $30x = 2 \times 3x \times 5$

$$\begin{aligned} &9x^2 - 30x + 25 \\ &= (3x)^2 - 2 \times 3x \times 5 + 5^2 \\ &a^2 - 2ab + b^2 \end{aligned}$$

だから、
 $9x^2 - 30x + 25 = (3x)^2 - 2 \times 3x \times 5 + 5^2$
 $= (3x - 5)^2$

問4 次の式を因数分解しなさい。

- (1) $4x^2 - 12x + 9$ (2) $16y^2 + 40y + 25$
 (3) $9a^2 - 6ab + b^2$ (4) $4t^2 - 20t + 25$

p.208 ⑧

問5 次の□にあてはまる正の数をいいなさい。

- (1) $x^2 - \square x + 9 = (x - \square)^2$
 (2) $4x^2 + \square x + 1 = (\square x + 1)^2$
 (3) $x^2 - 16x + \square = (x - \square)^2$

$$x^2 + (a+b)x + ab = (x+a)(x+b)$$

例5 $x^2 + (a+b)x + ab$ の因数分解①

$x^2 + 5x + 6$ では、
 和が+5, 積が+6
 となる2数を見つければよい。

まず、積が+6であることに着目すると、
 2数は、右の表のような組が考えられる。
 このうち、和が+5となる2数は、
 2と3である。

したがって、
 $x^2 + 5x + 6 = (x+2)(x+3)$

$$\begin{aligned} &x^2 + 5x + 6 \\ &x^2 + (a+b)x + ab \end{aligned}$$

積が+6	和が+5
1と6	
-1と-6	
2と3	○
-2と-3	



積が正だから
2数は同符号だね

問6 次の式を因数分解しなさい。

- (1) $x^2 + 3x + 2$ (2) $x^2 + 7x + 6$
 (3) $x^2 + 8x + 12$ (4) $x^2 + 11x + 24$

例6 $x^2 + (a+b)x + ab$ の因数分解②

$x^2 - 8x + 15$ では、
 積が+15, 和が-8
 となる2数を見つければよい。
 表から、2数は、-3と-5である。
 したがって、
 $x^2 - 8x + 15 = (x-3)(x-5)$

積が+15	和が-8
1と15	
-1と-15	
3と5	
-3と-5	○

問7 次の式を因数分解しなさい。

- (1) $x^2 - 4x + 3$ (2) $x^2 - 8x + 7$
 (3) $x^2 - 9x + 18$ (4) $x^2 - 10x + 16$

例7 $x^2 + (a+b)x + ab$ の因数分解③

$x^2 - 2x - 8$ では、
 積が-8, 和が-2
 となる2数を見つければよい。
 表から、2数は、2と-4である。
 したがって、
 $x^2 - 2x - 8 = (x+2)(x-4)$

積が-8	和が-2
1と-8	
-1と8	
2と-4	○
-2と4	

積が負だから
2数は異符号だね



問8 次の式を因数分解しなさい。

- (1) $x^2 + 7x - 8$ (2) $x^2 + x - 6$
 (3) $x^2 + 3x - 10$ (4) $x^2 + 2x - 35$
 (5) $x^2 - 8x - 9$ (6) $x^2 - 9x - 10$

問9 次の式を因数分解しなさい。

p.208 9

- (1) x^2+x-30 (2) $x^2+7x+10$
 (3) a^2-5a+4 (4) $a^2+2a-15$
 (5) y^2-y-2 (6) $t^2+10t+21$

5 ■ いろいろな因数分解

いろいろな因数分解①

例題
1

$ax^2+6ax-16a$ を因数分解しなさい。

考え方

共通因数をとり出し、さらに因数分解できないかを考えます。

解答

$$\begin{aligned} ax^2+6ax-16a &= a(x^2+6x-16) \\ &= a(x-2)(x+8) \end{aligned}$$

問10 次の式を因数分解しなさい。

- (1) $5x^2-45$ (2) $3ax^2+12ax+12a$
 (3) $2bx^2-4bx-16b$ (4) $4a^2b-bx^2$

いろいろな因数分解②

例題
2

次の式を因数分解しなさい。
 (1) $(x-1)y-(x-1)$ (2) $(x+2)^2-3(x+2)-4$

考え方

式の中の共通な部分を、1つの文字におきかえて考えます。

解答

(1) $x-1$ を M とおくと、
 $(x-1)y-(x-1) = My - M$
 $= M(y-1)$
 $= (x-1)(y-1)$

(2) $x+2$ を M とおくと、
 $(x+2)^2-3(x+2)-4 = M^2-3M-4$
 $= (M+1)(M-4)$
 $= \{(x+2)+1\}\{(x+2)-4\}$
 $= (x+3)(x-2)$

見方・考え方
 いろいろな見方
 1つのものとみる

問11 次の式を因数分解しなさい。

p.208 10

- (1) $(a+b)x+(a+b)y$
 (2) $(x+3)^2-7(x+3)+10$
 (3) $(a+b)^2+5(a+b)+6$
 (4) $3x(2-y)-y+2$

練習問題

4 因数分解

① 次の式を因数分解しなさい。

- (1) $mx-my$ (2) $2ab-4b^2$
 (3) $axy+ay+a$ (4) $-14a^2-21ab+7a$
 (5) $18a^2b-12ab$ (6) $4abc+16ab-8bc$

② 次の式を因数分解しなさい。

- (1) $x^2+10x+25$ (2) $a^2-14a+49$
 (3) x^2-64 (4) $25a^2-16b^2$
 (5) $100-20y+y^2$ (6) $4x^2+20x+25$

③ 次の式を因数分解しなさい。

- (1) x^2+4x+3 (2) x^2+x-2
 (3) x^2-x-6 (4) $x^2-3x-18$
 (5) $x^2+5x-14$ (6) $x^2-6x-16$
 (7) $a^2-8a+12$ (8) a^2+2a-3
 (9) $28-16x+x^2$ (10) $-2x-3+x^2$

④ 次の式を因数分解しなさい。

- (1) $4x^2-12x-40$ (2) $-3ax^2+6ax-3a$
 (3) x^2y-y (4) $a(x+y)-3(x+y)$
 (5) $(a-b)^2-c^2$ (6) $(a+b)^2-4(a+b)+4$

素数ゼミ

北アメリカ大陸には、毎年現れるセミのほかに、「13年ゼミ」と「17年ゼミ」という種類のセミがいます。

ある年に生まれたこれらのセミの幼虫は、長い期間を地中ですごし、13年目、17年目の夏に成虫となって、はじめて地上に現れます。そして、ふたたび子孫を残し、その幼虫も、次の13年、17年をまた地中ですごします。つまり、その名の通り、13年、17年という周期でしか姿を見せない、とても不思議なセミです。

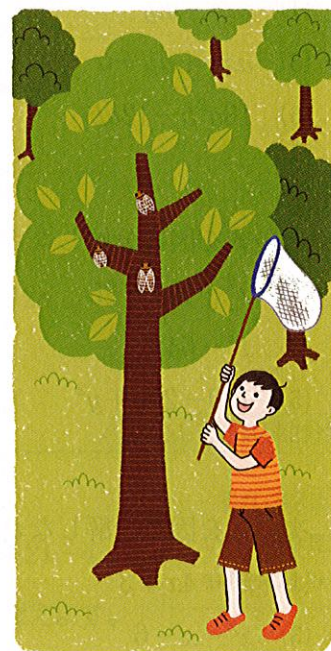
ある周期のセミと別の周期のセミの群れが同時に発生すると、えさがたりなくなったり、異なる周期のセミどうしで子孫を残し、同じ種類の群れを保つことがむずかしくなったりするなど、いろいろな問題があります。

そのため、種類の異なる群れが同時に発生しないことが重要になります。

例えば、12年周期のセミと18年周期のセミの群れがいて、ある年に同時に発生したとすると、12と18の最小公倍数である36年後にふたたび同時に発生します。

しかし、これが13年ゼミと17年ゼミの群れだと、13と17の最小公倍数である221年後になって、はじめて同時に発生することになります。いろいろなセミの中で、周期が13年、17年の種類が絶えずに残っているのは、このようなことも関係しているのです。

素数の周期をもつセミについては、まだわかっていないこともたくさんあるそうですが、もし、セミの進化を左右してきたとすれば、素数はとても不思議な数だと思いませんか。



2節 式の計算の利用

計算のきまりを確かめよう

12ページでは、一の位の数で5である2けたの自然数の2乗の計算のきまりを見つけました。

$$45^2 = 2025 \quad 55^2 = 3025 \quad 65^2 = 4225$$

このように、一の位の数で5である2けたの自然数の2乗は、下のようになります。

- ▶▶ ・下2けたが25
- ・百以上の位は、(十の位の数)×(十の位の数+1)

$$\begin{array}{r} 45 \\ \times 45 \\ \hline 2025 \\ 4 \times (4+1) \quad 5 \times 5 \end{array}$$

次の計算にも、同じようなきまりがあるでしょうか。

☺ みんなで話しあってみよう ☺ :

十の位の数と同じで、一の位の数之和が10である2けたの自然数の積の計算には、どんなきまりがあるでしょうか。

$$\begin{array}{r} 36 \\ \times 34 \\ \hline \end{array} \quad \begin{array}{r} 48 \\ \times 42 \\ \hline \end{array} \quad \begin{array}{r} 53 \\ \times 57 \\ \hline \end{array}$$

こんどはどうなるかな？

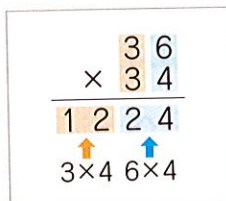


式の計算を利用して、いろいろな問題を解決しましょう。

1 式の計算の利用

いろいろな問題を、展開や因数分解を利用して解決しましょう。

前ページの みんなで話しあってみよう で考えた2けたの自然数の積は、右のようにして簡単に求めることができます。このことを、式の計算を利用して確かめましょう。



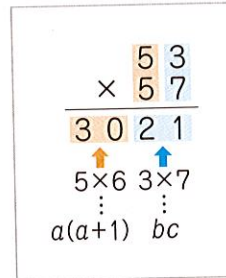
5 十の位の数が同じで、一の位の数の和が10である2数は、一方を $10a+b$ とすると、もう一方は $10a+c$ で、

$$b+c=10$$

となります。

このとき、2数の積は、次のようになります。

$$\begin{aligned} & (10a+b)(10a+c) \\ &= 100a^2 + 10a(b+c) + bc \\ &= 100a^2 + 100a + bc \\ &= 100a(a+1) + bc \end{aligned}$$



自分のことばで伝えよう

15 上の式から、十の位の数と同じで、一の位の数の和が10である2数の積について、どんなことがいえるでしょうか。

これまでに学んだ因数分解や式の展開を利用すると、数の計算が簡単にできることがあります。

例1 因数分解を利用した計算

$$\begin{aligned} 20 \quad 17^2 - 13^2 &= (17+13) \times (17-13) \\ &= 30 \times 4 \\ &= 120 \end{aligned}$$

問1 因数分解を利用して、次の計算をなさい。

(1) $45^2 - 35^2$ (2) $76^2 - 24^2$ (3) $198^2 - 98^2$

例2 展開を利用した計算

$$\begin{aligned} (1) \quad 19^2 &= (20-1)^2 & \dots & (2) \quad 77 \times 83 = (80-3) \times (80+3) \\ &= 20^2 - 2 \times 20 \times 1 + 1^2 & & = 80^2 - 3^2 \\ &= 361 & & = 6391 \end{aligned}$$

問2 展開を利用して、次の計算をなさい。

(1) 102^2 (2) 41×39 (3) 99^2

式の値の計算

例題 $x=11, y=2$ のとき、次の式の値を求めなさい。

$$(x-2y)(x+2y) - (x-y)(x+4y)$$

考え方 式を簡単にしてから代入します。

解答

$$\begin{aligned} & (x-2y)(x+2y) - (x-y)(x+4y) \\ &= (x^2 - 4y^2) - (x^2 + 3xy - 4y^2) \\ &= x^2 - 4y^2 - x^2 - 3xy + 4y^2 \\ &= -3xy \\ & \text{だから、求める値は、} \\ & -3 \times 11 \times 2 = -66 \end{aligned}$$

問3 $x=22$ のとき、次の式の値を求めなさい。

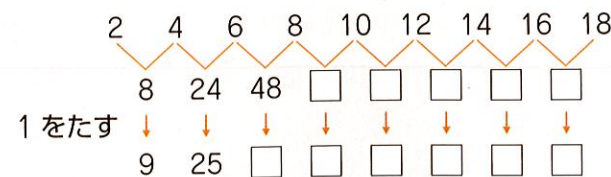
$$(4-x)(4+x) + (x-6)(x+1)$$


式の計算を利用して、数や図形の性質を調べましょう。

どうなるかな

偶数を順に並べ、となりあう2数の積に1をたててみましょう。

求めた数は、どんな数になるでしょうか。



前ページの  から、次のことがらが成り立つと予想されます。

連続する2つの偶数の積に1をたした数は、^{きすう}奇数の2乗になる。

この予想が正しいことは、式の計算を使って、次のように確かめることができます。

証明

連続する2つの偶数は、整数 n を使って、

$$2n, 2n+2$$


と表される。

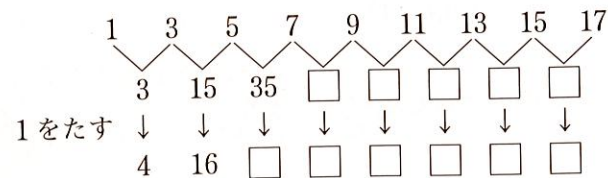
それらの積に1をたした数は、

$$\begin{aligned} 2n(2n+2)+1 &= 4n^2+4n+1 \\ &= (2n+1)^2 \end{aligned}$$

したがって、連続する2つの偶数の積に1をたした数は、奇数の2乗になる。

問4 上の証明から、連続する2つの偶数の積に1をたした数はどんな奇数の2乗になるといえますか。

問5 前ページの  で、偶数を奇数にかえて、同じように予想しなさい。また、その予想が正しいかどうかを、式の計算を使って調べなさい。



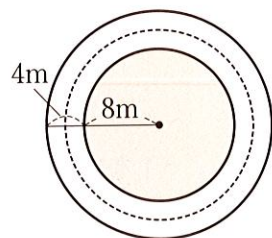
見方・考え方
条件がえをする



どんなことがわかるかな

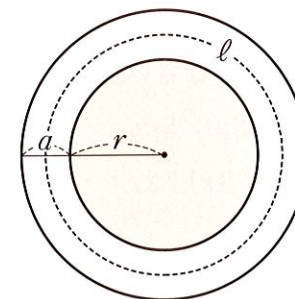
半径8mの円形の花だんのまわりに、右の図のように幅4mの道がついています。

道の面積と、道のまん中を通る円周の長さ^{はば}と道幅の積を、それぞれ計算してくらべましょう。



例題 2

半径 r の円形の花だんのまわりに、右の図のように幅 a の道がついています。



この道の面積を S 、道のまん中を通る円周の長さを l とするとき、

$$S = al$$

となることを証明しなさい。

考え方 S と l を、それぞれ a, r を使って表します。

証明

道の面積 S は、

$$\begin{aligned} S &= \pi(a+r)^2 - \pi r^2 \\ &= \pi(a^2 + 2ar + r^2) - \pi r^2 \\ &= \pi a^2 + 2\pi ar \quad \dots\dots ① \end{aligned}$$

道のまん中を通る円周の長さ l は、その円の半径が

$\frac{a}{2} + r$ だから、

$$\begin{aligned} l &= 2\pi\left(\frac{a}{2} + r\right) \\ &= \pi a + 2\pi r \end{aligned}$$

よって、

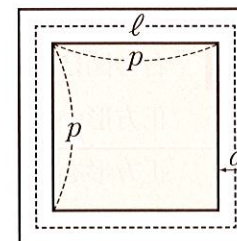
$$\begin{aligned} al &= a(\pi a + 2\pi r) \\ &= \pi a^2 + 2\pi ar \quad \dots\dots ② \end{aligned}$$

①, ②から、

$$S = al$$

問6

1辺の長さが p の正方形の花だんのまわりに、右の図のように幅 a の道がついています。



この道の面積を S 、道のまん中を通る線の長さを l とするとき、

$$S = al$$

となることを証明しなさい。

1章の基本のたしかめ

1 次の計算をなさい。

(1) $(3x-2y) \times 5xy$ (2) $3a(4a-5b)$
 (3) $(4x^2+8x) \div 2x$ (4) $(10a^2-15ab) \div 5a$

5 2 次の式を展開しなさい。

(1) $(x-1)(y-1)$ (2) $(x+3y)(x-8y)$

3 次の式を展開しなさい。

(1) $(x+1)(x+4)$ (2) $(x-5)(x+7)$
 (3) $(x+6)^2$ (4) $(x+4)(x-4)$

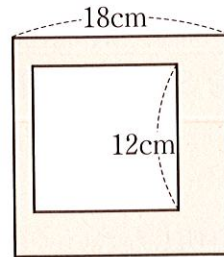
10 4 490 を素因数分解しなさい。

5 次の式を因数分解しなさい。

(1) $2x^2-x$ (2) x^2-36
 (3) $x^2+16x+64$ (4) $x^2+7x+12$
 (5) x^2-6x+8 (6) x^2-x-2

15 6 98×102 を、くふうして計算しなさい。

7 右の図は、1辺が18cmの正方形から、1辺が12cmの正方形を切り取ったものです。色のついた部分の面積を求めなさい。



1章で学習したこと

□ 1 多項式と単項式の乗法、除法の計算ができますか。
 → p.14 ~ p.15

□ 2 多項式の乗法の計算ができますか。
 → p.16 ~ p.17

□ 3 乗法の公式を使った式を展開ができますか。
 → p.18 ~ p.21

□ 4 自然数を素因数分解することができますか。
 → p.22 ~ p.23

□ 5 多項式を因数分解することができますか。
 → p.24 ~ p.29

□ 6 7 式の計算を利用して、問題を解決することができますか。
 → p.32 ~ p.35

1章の章末問題

1 次の計算をなさい。

(1) $6c\left(-\frac{1}{2}a + \frac{2}{3}b\right)$ (2) $\frac{2}{3}x(15x-9y+6)$
 (3) $(2x^2y-12xy^2) \div 3xy$ (4) $(9a^2b-3ab) \div \left(-\frac{3}{2}a\right)$

5 2 次の式を展開しなさい。

(1) $(-5x+4y)^2$ (2) $\left(2x-\frac{1}{3}\right)^2$ (3) $\left(x-\frac{1}{4}\right)\left(x+\frac{1}{4}\right)$
 (4) $(7x-2)(7x+2)$ (5) $(x+3)(x-7)$ (6) $(2x+5)(2x+9)$
 (7) $(2x+3y-1)(2x-1)$ (8) $(a+b)(a+b-c)$

3 次の式を簡単にしなさい。

(1) $(a+b)^2+(a-b)^2$ (2) $(x-1)(x+2)-(x-3)(x-5)$
 (3) $(x+3)^2-(x+2)(x+4)$ (4) $(2x+1)(2x-1)-(x-5)(x+2)$

4 次の式を因数分解しなさい。

(1) $10x^2+25x$ (2) $x^2-\frac{1}{4}y^2$ (3) $x^2+10x+24$
 (4) $x^2+x+\frac{1}{4}$ (5) $x^2-9x+20$ (6) $xy^2+xyz-4xy$
 (7) $25x^2-30x+9$ (8) $a^2-2a-15$ (9) $-10x+9+x^2$

5 次の式を因数分解しなさい。

(1) $-x^2+5x+6$ (2) $(x-2)^2-3(x-2)+2$
 (3) $(x+y)^2-4$ (4) $(x-y)^2+4(x-y)-5$

6 次の式の値を求めなさい。

(1) $x=198$ のとき、 x^2+4x+4 の値
 (2) $x=3.75$, $y=2.25$ のとき、 x^2-y^2 の値
 (3) $a=17$, $b=4$ のとき、 $(a+b)^2-2(a+b)+1$ の値

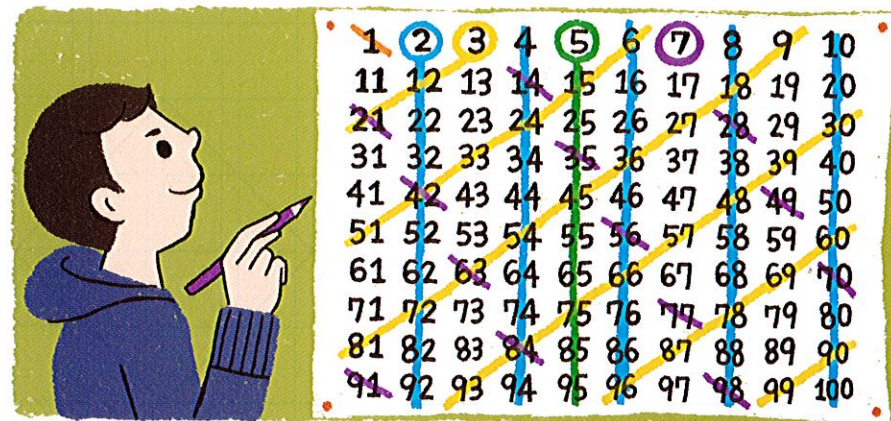
エラトステネスのふるい

10以下の素数は、2, 3, 5, 7ですが、100以下の素数には、どんな数があるのでしょうか。

100以下の素数を、次のようにして見つけてみましょう。

- ① 1から100までの整数を書き、まず、1を消す。
- ② 2を残して2の倍数を消す。 ③ 3を残して3の倍数を消す。
- ④ 5を残して5の倍数を消す。 ⑤ 7を残して7の倍数を消す。

このようにして、残った数が素数になります。



この方法は、古代ギリシャの数学者エラトステネスが考えたといわれ、「エラトステネスのふるい」とよばれています。

では、1000以下の素数を見つけるには、どうすればよいのでしょうか。これも、100以下の素数を見つけた方法と同じように、順番に、ある数を残して、その数の倍数を消していくことをくり返せば見つけられます。

いったいどの数まで続ければよいのでしょうか。

$31^2 = 961$, $32^2 = 1024$ であることから、1000以下の素数でない整数は、かならず、31以下の整数のいずれかの倍数になっています。つまり、上の方法と同じように、順番に整数を消していき、31を残して、31の倍数を消した時点で、1000以下の素数でない整数を消したことになります。

このようにして、残った整数が、1000以下の素数のすべてとなります。

7 96にできるだけ小さい自然数をかけて、ある自然数の2乗にするには、どんな数をかければよいでしょうか。96を素因数分解して考えなさい。

8 連続する2つの整数で、大きい方の数の2乗から小さい方の数の2乗をひいた差について、どんなことが予想されますか。また、その予想が正しいことを証明しなさい。

$$6^2 - 5^2 = \square$$

$$7^2 - 6^2 = \square$$

$$101^2 - 100^2 = \square$$

9 次の㊦と㊧では、どちらの方が、計算結果が大きくなりますか。

㊦ 364×366 ㊧ 363×367

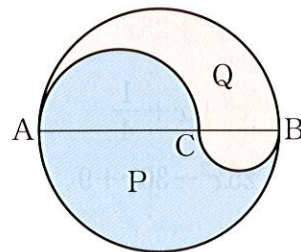
10 次の式を、くふうして計算しなさい。

(1) $21^2 - 20^2 + 19^2 - 18^2 + 17^2 - 16^2$ (2) $8^2 - 10^2 + 12^2$

直径の比と面積の比

千思万考
~せんしばんこう~

右の図のように、ABを直径とする円が、AC, CBを、それぞれ直径とする半円によって、P, Qの2つの部分に分けられています。また、Pの部分の面積を S_1 、Qの部分の面積を S_2 とします。



1. 次の(ア), (イ)の場合について、ACとCBの長さの比と、面積 S_1 と S_2 の比を、それぞれ求めましょう。

(ア) $AB = 6\text{cm}$, $AC = 4\text{cm}$ (イ) $AB = 10\text{cm}$, $AC = 6\text{cm}$

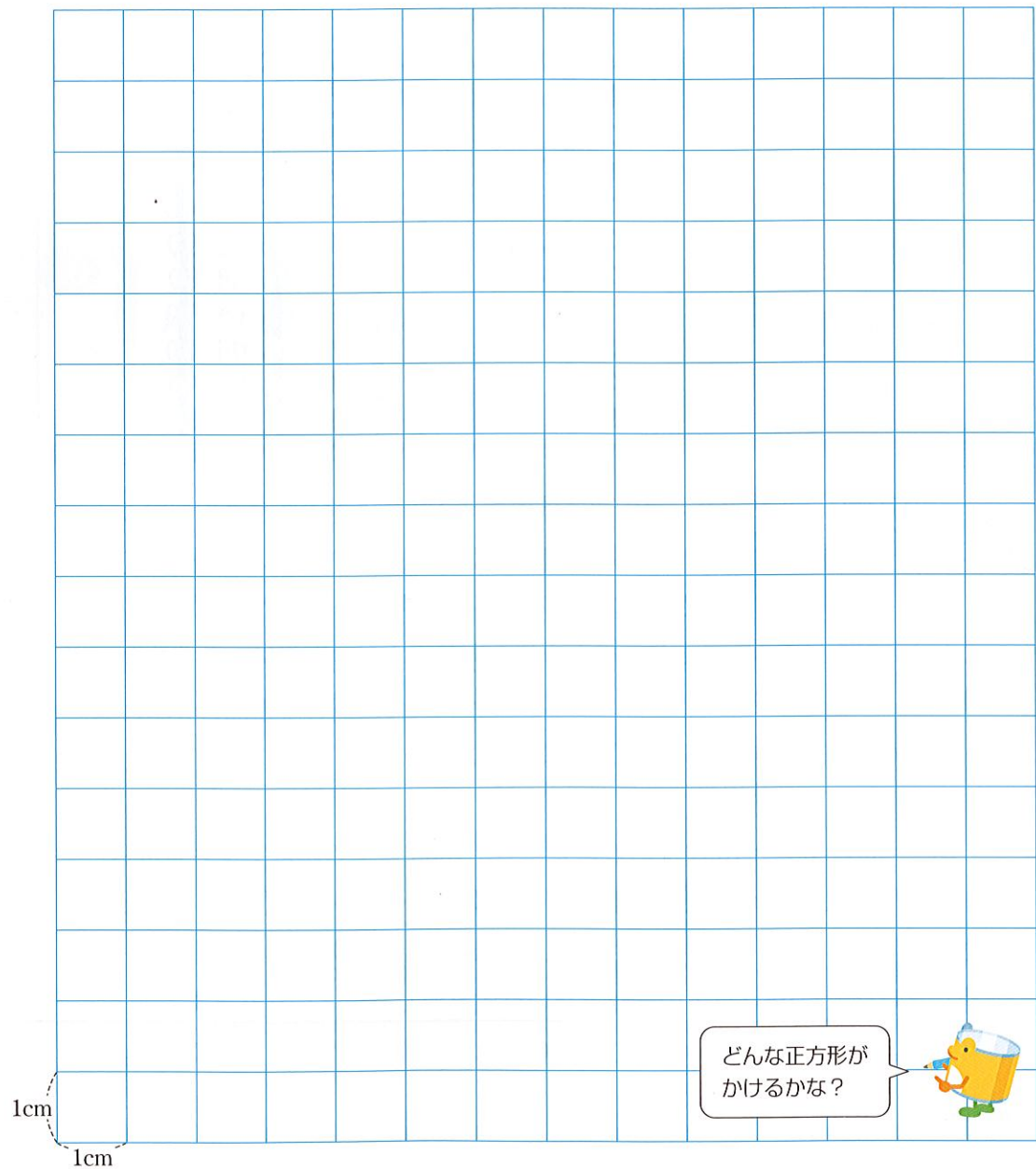
2. $AC : CB$ と $S_1 : S_2$ の間には、どんな関係があると予想されますか。また、その予想が正しいかどうかを、 $AB = 2a\text{cm}$, $AC = 2x\text{cm}$ として考えましょう。

2章 平方根

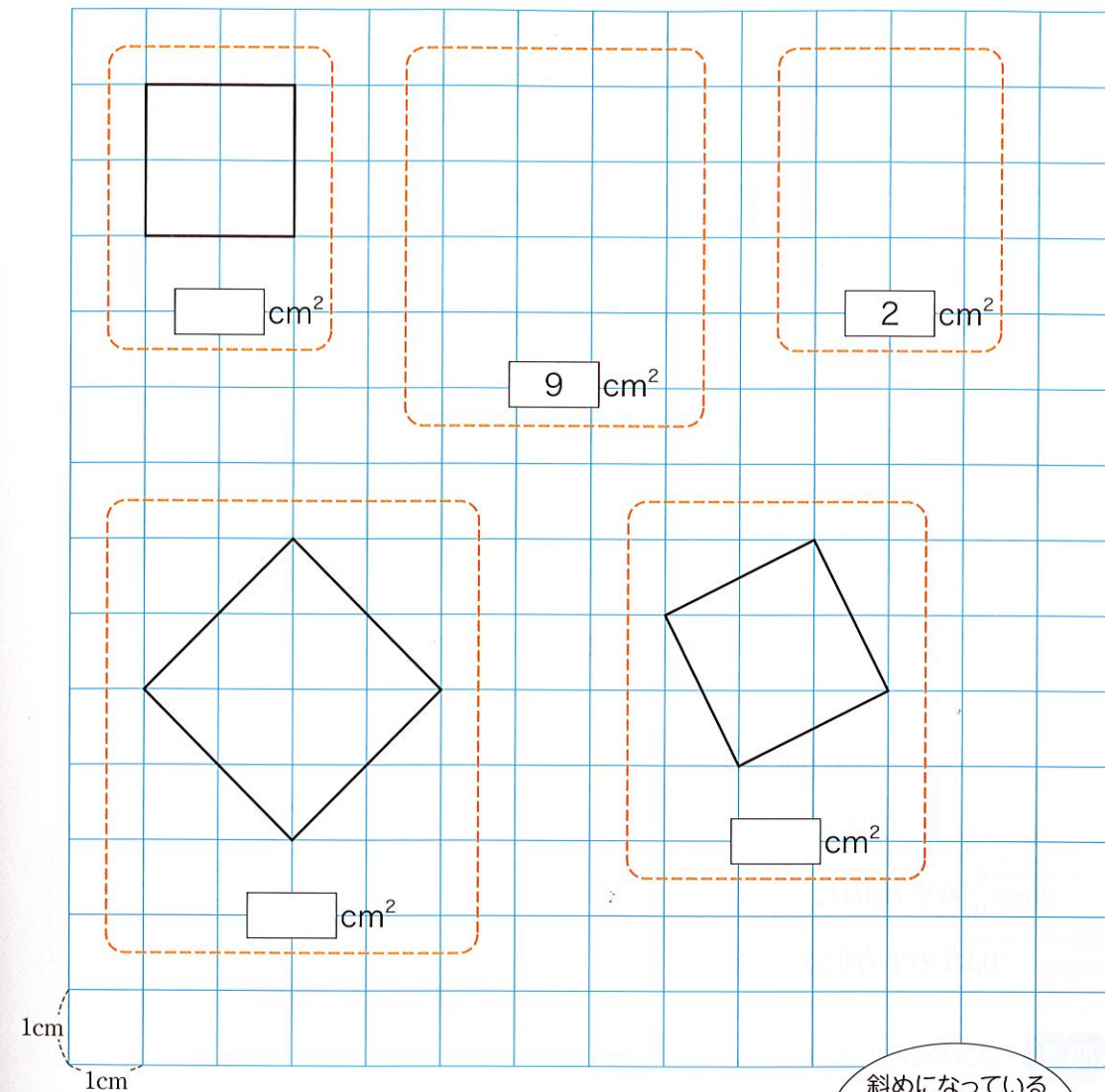
1節 平方根

正方形をつくらう

下の方眼を使って、いろいろな正方形をかいてみましょう。



けいたさんは、かいた正方形の面積を求めることにしました。



斜めになっている
辺の長さも
わかるのかな?



みんなであらためてみよう

上の正方形の1辺の長さについて、
どんなことがいえるでしょうか。

2乗すると a になる数について調べていきましょう。

1 平方根

2乗すると a になる数について
学びましょう。



どんなことがわかるかな

2乗すると16になる数をいみましょう。

また、2乗すると $\frac{4}{9}$ になる数をいみましょう。



$$4^2 = 16$$

2乗して16になるのは、正の数では4、負の数では-4です。

2乗すると a になる数を、 a の **平方根** といいます。

つまり、

a の平方根は、 $x^2 = a$ を成り立たせる x の値のことです。

$$4^2 = 16$$

$$(-4)^2 = 16$$

になるね



16の平方根は、正の数では4、負の数では-4です。

例1 いろいろな数の平方根

36の平方根は、6と-6

$\frac{4}{9}$ の平方根は、 $\frac{2}{3}$ と $-\frac{2}{3}$

0.25の平方根は、0.5と-0.5



$$6 \xrightarrow{2乗} 36$$

$$-6 \xrightarrow{平方根}$$

問1 次の数の平方根をいいなさい。

(1) 25 (2) 1 (3) 81 (4) 49

(5) $\frac{9}{16}$ (6) $\frac{1}{4}$ (7) 0.36 (8) 0.09

正の数 a の平方根は、正の数と負の数の2つあって、
それらの絶対値は等しくなります。

$x^2 = 0$ となる数 x は0だけだから、0の平方根は0です。

また、2乗して負になる数はないので、負の数の平方根は
考えません。



$$(正の数)^2 = 正の数$$

$$(負の数)^2 = 正の数$$

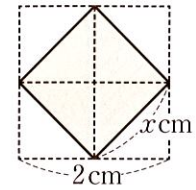


どうなるかな

右の図で、色をつけた正方形の面積を求めましょう。

また、この正方形の1辺の長さを x cm とすると、

x はどんな数になるでしょうか。



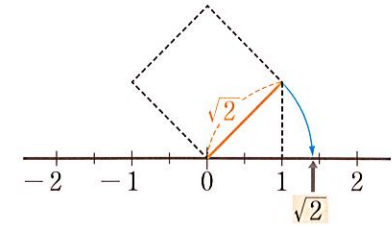
上の図で、 x は、

$$x^2 = 2$$

を成り立たせる正の数です。つまり、 x は、
2の平方根のうち、正の方です。

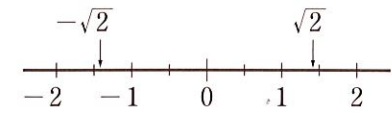
この数を、 $\sqrt{2}$ と書いて、**ルート2**

と読みます。



また、2の平方根のうち、負の方は $-\sqrt{2}$

と書きます。



一般に、正の数 a の平方根を、記号 $\sqrt{\quad}$ を使って、

正の方は \sqrt{a} 、負の方は $-\sqrt{a}$

のように表します。



$$\sqrt{a} \xrightarrow{2乗} a$$

$$-\sqrt{a} \xrightarrow{平方根}$$

記号 $\sqrt{\quad}$ を **根号** といいます。

例2 $\sqrt{\quad}$ を使って平方根を表す

3の平方根のうち、正の方は $\sqrt{3}$ 、負の方は $-\sqrt{3}$



$$(\sqrt{3})^2 = 3$$

$$(-\sqrt{3})^2 = 3$$

問2 次の数の平方根を、 $\sqrt{\quad}$ を使って表しなさい。

(1) 7 (2) 0.3 (3) $\frac{3}{5}$

問3 $(\sqrt{5})^2$ の値をいいなさい。

また、 $(-\sqrt{5})^2$ の値をいいなさい。

根号を使って表された数の中には、根号を使わなくても表すことができる数があります。

例 3 $\sqrt{a^2}$, $-\sqrt{a^2}$

$$\sqrt{16} = 4, \quad -\sqrt{16} = -4$$

$$\sqrt{0.01} = 0.1, \quad -\sqrt{0.01} = -0.1$$

注 0の平方根は0だから、 $\sqrt{0} = 0$ です。

問 4 次の数を、 $\sqrt{\quad}$ を使わないで表しなさい。

- (1) $\sqrt{49}$ (2) $-\sqrt{64}$
 (3) $\sqrt{0.25}$ (4) $-\sqrt{\frac{9}{16}}$

\sqrt{a} , $-\sqrt{a}$ を、まとめて $\pm\sqrt{a}$ と書くことがあります。

$\pm\sqrt{a}$ は
「プラスマイナス
ルートa」と読むよ



例 4 記号±を使って平方根を表す

2の平方根は $\pm\sqrt{2}$, $\frac{4}{9}$ の平方根は $\pm\frac{2}{3}$

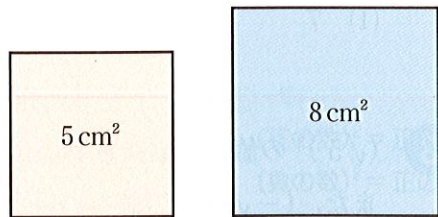
問 5 例4にならって、次の数の平方根を表しなさい。

- (1) 5 (2) 0.09 (3) $\frac{2}{7}$ (4) $\frac{16}{81}$

■ 平方根の大小

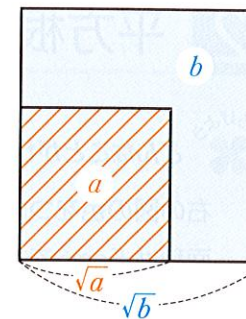
ひらげよ どうなるかな

面積が 5cm^2 と 8cm^2 の正方形があります。
それぞれの1辺の長さの大小は、
どうなるでしょうか。



正方形では、1辺の長さが大きくなれば面積も大きくなり、面積が大きくなれば1辺の長さも大きくなります。

右の図のように、面積が a , b の正方形を重ねて、それらの1辺の長さを考えると、次のことがいえます。



平方根の大小
正の数 a , b について,
 $a < b$ ならば, $\sqrt{a} < \sqrt{b}$

例 5 平方根の大小

- (1) $\sqrt{7}$ と $\sqrt{8}$ の大小 (2) 4 と $\sqrt{15}$ の大小
 $7 < 8$ だから, $4 = \sqrt{16}$ で,
 $\sqrt{7} < \sqrt{8}$ $16 > 15$ だから, $\sqrt{16} > \sqrt{15}$
 よって, $4 > \sqrt{15}$

問 6 次の各組の数の大小を、不等号を使って表しなさい。

- (1) 3, $\sqrt{10}$ (2) $\sqrt{0.5}$, 0.5
 (3) $-\sqrt{3}$, $-\sqrt{2}$ (4) $-\sqrt{7}$, -7

ふりかえり 1年
負の数は0より
小さく、絶対値が
大きいほど小さい

練習問題 1 平方根

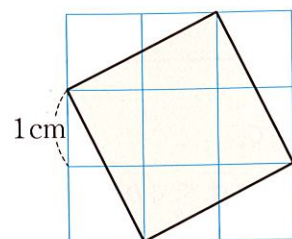
- ① 次の数の平方根を求めなさい。
 (1) 9 (2) 400 (3) 0.64 (4) $\frac{9}{49}$
- ② 次の数を、 $\sqrt{\quad}$ を使わないで表しなさい。
 (1) $\sqrt{81}$ (2) $\sqrt{0.16}$ (3) $-\sqrt{100}$ (4) $-\sqrt{\frac{4}{25}}$
- ③ $(\sqrt{6})^2$ の値をいいなさい。また、 $(-\sqrt{6})^2$ の値をいいなさい。
- ④ 次の数を、小さい方から順に並べなさい。
 0, $-\sqrt{5}$, $\sqrt{3}$, $-\sqrt{2}$, $\sqrt{6}$
- ⑤ $\sqrt{a} < 2$ となる自然数 a を、すべて求めなさい。

2 平方根の値

平方根のおよその値を求めましょう。

ひらげよ どんなことがわかるかな

右の図の色をつけた正方形の面積は 5cm^2 です。
この正方形の1辺の長さを測ってみましょう。



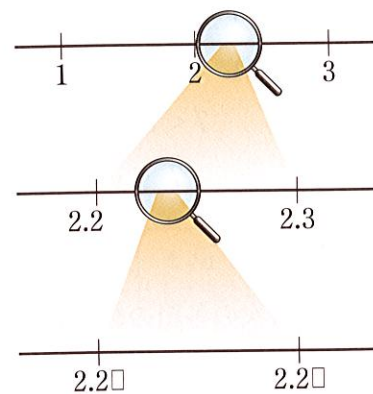
面積 5cm^2 の正方形の1辺の長さは $\sqrt{5}\text{cm}$ です。

$\sqrt{5}$ は、およそ2.2ですが、この $\sqrt{5}$ の大きさについて、もっとくわしく調べましょう。

$$2.2^2 = 4.84, \quad 2.3^2 = 5.29 \text{ で、} \\ 4.84 < 5 < 5.29$$

だから、 $2.2 < \sqrt{5} < 2.3$ となります。

したがって、 $\sqrt{5}$ を小数で表したとき、その小数第1位の数は2です。



問1 $\sqrt{5}$ を小数で表したときの小数第2位の数を求めるのに、次のようにしました。

をうめて、説明を完成させなさい。

$$2.21^2 = \text{□} \quad 2.22^2 = \text{□}$$

$$2.23^2 = \text{□} \quad 2.24^2 = \text{□}$$

この計算結果から、 $< \sqrt{5} <$

したがって、 $\sqrt{5}$ の小数第2位の数は である。

問1 と同じようにして、さらに、けた数の多い小数の2乗と5をくらべることをくり返していくと、 $\sqrt{5}$ にいくらでも近い値を求めることができます。

$$\sqrt{5} = 2.2360679\dots$$

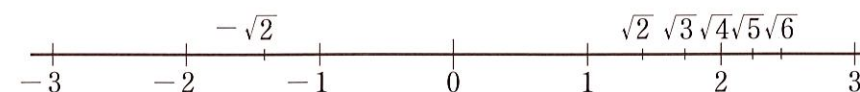
$\sqrt{2}$, $\sqrt{3}$ などのくわしい値は、次のようになっています。

$$\sqrt{2} = 1.4142135623730950488\dots$$

$$\sqrt{3} = 1.7320508075688772935\dots$$

$$\sqrt{5} = 2.2360679774997896964\dots$$

$$\sqrt{6} = 2.4494897427831780981\dots$$



実際の場面では、近似値を使います。

例1 電卓を使って近似値を求める

$\sqrt{7}$ の近似値を、小数第3位まで求めるには、電卓のキーを、**7**, **$\sqrt{\quad}$** の順に押し、得られた値の小数第4位を四捨五入する。

$$\sqrt{7} = 2.6457\dots$$



問2 電卓を使って、 $\sqrt{10}$, $\sqrt{15}$ の近似値を、小数第3位まで求めなさい。

問3 面積が 18m^2 である正方形の花だんをつくるには、1辺の長さを何 m にすればよいでしょうか。小数第2位まで求めなさい。

数学(展望台) 煮

平方根の値の覚え方

$\sqrt{2}$ 1.41421356 ひとよひとよ ひとみごろ
一夜一夜に人見頃

$\sqrt{3}$ 1.7320508 ひとな
人並みにおごれや

$\sqrt{5}$ 2.2360679 ふじさんろく
富士山麓 オウム鳴く

$\sqrt{6}$ 2.449489 に 煮よ よく弱く



3 有理数と無理数

有理数と無理数について
学びましょう。

これまでに、自然数、整数など、いろいろな数について学んでいます。 $\sqrt{2}$ 、 $\sqrt{3}$ などの数は、これまでに学んできた数とは異なる新しい数です。

5 整数 m と、0でない整数 n を使って、分数 $\frac{m}{n}$ の形に表される数を **有理数** といいます。

整数 m は、 $\frac{m}{1}$ と表されるから有理数です。

$\sqrt{4}$ も、 $\sqrt{4} = 2$ だから、有理数です。

$\sqrt{5}$ は、 $2 < \sqrt{5} < 3$ だから、整数ではありません。さらに、

10 分数 $\frac{m}{n}$ の形に表されないことも知られています。

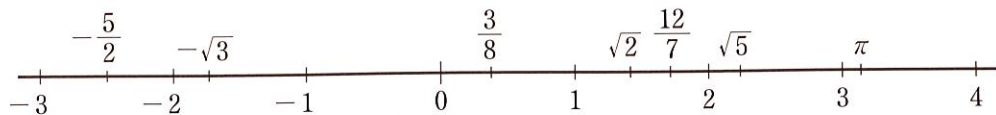
したがって、 $\sqrt{5}$ は有理数ではありません。

有理数でない数を **無理数** といいます。

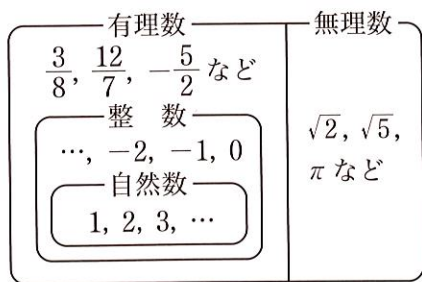
$\sqrt{2}$ 、 $\sqrt{3}$ など無理数です。円周率 π も無理数であることがわかっています。

15 $\sqrt{2}$ 、 $\sqrt{5}$ 、 π などの無理数も数直線上に表すことができます。

有理数と無理数をあわせると、数直線上に表される数全体になります。



有理数…分数で表される数
無理数…分数で表されない数



問1 次の数のうち、有理数はどれですか。

20 無理数はどれですか。

$$\sqrt{0.81}, \sqrt{\frac{4}{9}}, -\sqrt{2}$$

■ 小数と有理数・無理数

$\frac{3}{8}$ を小数で表すと、わり切れて 0.375 となります。

このような小数を、有限小数といいます。これに対して、限りなく続く小数を、無限小数といいます。

5 $\frac{12}{7}$ は、小数で表すと、

$$1.714285714285714285\cdots$$

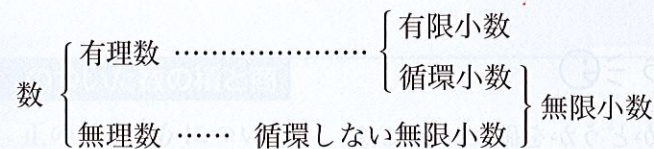
のように、わり切れず、無限小数になりますが、ある位よりききは、決まった数字がくり返されます。

このような小数を、**循環小数**といい、

10 $1.\dot{7}1428\dot{5}$

のように、くり返される小数部分の両端の数字の上に点をつけて表します。

有理数を小数で表すと、有限小数になるものと循環小数になるものがあります。無理数を小数で表すと、循環しない無限小数になります。



$$\begin{array}{r} 0.375 \\ 8 \overline{) 3.0} \\ \underline{24} \\ 60 \\ \underline{56} \\ 40 \\ \underline{40} \\ 0 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 1.7 \\ 7 \overline{) 12} \\ \underline{7} \\ 50 \\ \underline{49} \\ 1 \end{array}$$

$$0.5151\cdots = 0.\dot{5}1$$

$$0.3333\cdots = 0.\dot{3}$$

見方・考え方

分類整理する

ひろがる数学

「 $\sqrt{2}$ は無理数である」ことの証明
→ p.234~p.235

数学展望台

循環小数と分数

循環小数は分数で表すことができます。

例えば、循環小数 $0.\dot{2}4$ については、

20 右のようになります。

このように、循環小数はかならず分数で表され、有理数であることがわかります。

$0.\dot{2}4$ を x とおく。

$$100x = 24.242424\cdots$$

$$-) \quad x = 0.242424\cdots$$

$$\hline 99x = 24$$

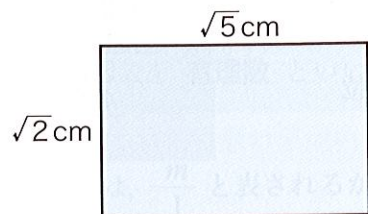
$$\text{したがって、} x = \frac{24}{99} = \frac{8}{33}$$

$$0.\dot{2}4 = \frac{8}{33}$$

2節 根号をふくむ式の計算

面積を求めよう

けいたさんとかりんさんは、縦 $\sqrt{2}$ cm、横 $\sqrt{5}$ cm の長方形の面積を考えています。



どんな面積になるのかな？

$\sqrt{2} \times \sqrt{5}$ の計算について、けいたさんは次のように予想しました。

〈予想〉

$\sqrt{2} \times \sqrt{5}$ の計算は、 $2 \times 5 = 10$

と同じように考えて、

$$\sqrt{2} \times \sqrt{5} = \sqrt{10}$$

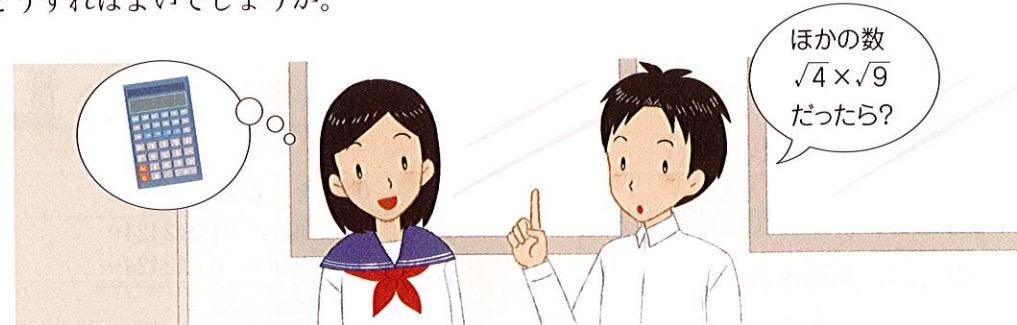
と計算できる。

√のついた数でも同じように計算できるのかな？



みんなて話しあってみよう

けいたさんの予想が正しいかどうかを確かめるには、どうすればよいでしょうか。



ほかの数 $\sqrt{4} \times \sqrt{9}$ だったら？

√のついた数をふくむ式の計算について学びましょう。

1 根号をふくむ式の乗法、除法

根号をふくむ式の乗除について学びましょう。

$\sqrt{2} \times \sqrt{5}$ と $\sqrt{2 \times 5}$ が等しいかどうかを調べましょう。

$\sqrt{2} \times \sqrt{5}$ を2乗してみると、次のようになります。

$$\begin{aligned} (\sqrt{2} \times \sqrt{5})^2 &= (\sqrt{2} \times \sqrt{5}) \times (\sqrt{2} \times \sqrt{5}) \\ &= \sqrt{2} \times \sqrt{5} \times \sqrt{2} \times \sqrt{5} \\ &= (\sqrt{2})^2 \times (\sqrt{5})^2 \\ &= 2 \times 5 \end{aligned}$$

この式から、 $\sqrt{2} \times \sqrt{5}$ は、 2×5 の平方根のうち、正の方、つまり、 $\sqrt{2 \times 5}$ に等しくなります。

したがって、次の式が成り立ちます。

$$\sqrt{2} \times \sqrt{5} = \sqrt{2 \times 5}$$

$a^2 = \square$ のとき、 $a > 0$ ならば、 $a = \sqrt{\square}$

また、 $\frac{\sqrt{2}}{\sqrt{5}}$ を2乗してみると、

$$\left(\frac{\sqrt{2}}{\sqrt{5}}\right)^2 = \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{5}} \times \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{5}} = \frac{(\sqrt{2})^2}{(\sqrt{5})^2} = \frac{2}{5}$$

となるので、次の式が成り立ちます。

$$\frac{\sqrt{2}}{\sqrt{5}} = \sqrt{\frac{2}{5}}$$

√のついた数の積と商

正の数 a , b について、

$$\sqrt{a} \times \sqrt{b} = \sqrt{a \times b}, \quad \frac{\sqrt{a}}{\sqrt{b}} = \sqrt{\frac{a}{b}}$$

例1 √のついた数の積と商

$$\begin{aligned} (1) \quad \sqrt{18} \times \sqrt{2} &= \sqrt{18 \times 2} \\ &= \sqrt{36} \\ &= 6 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} (2) \quad \sqrt{15} \div \sqrt{6} &= \sqrt{\frac{15}{6}} \\ &= \sqrt{\frac{5}{2}} \end{aligned}$$

問1 次の計算をなさい。

- (1) $\sqrt{6} \times \sqrt{5}$
- (2) $\sqrt{10} \times \sqrt{40}$
- (3) $\sqrt{7} \times (-\sqrt{2})$
- (4) $\sqrt{39} \div \sqrt{3}$
- (5) $\sqrt{45} \div \sqrt{5}$
- (6) $(-\sqrt{14}) \div \sqrt{12}$

5 $2 \times \sqrt{3}$, $\sqrt{3} \times 2$ のような積は、記号 \times を省いて、 $2\sqrt{3}$ と書きます。

このような数は、

$$\begin{aligned} 2\sqrt{3} &= 2 \times \sqrt{3} \\ &= \sqrt{4} \times \sqrt{3} \\ &= \sqrt{4 \times 3} \\ &= \sqrt{12} \end{aligned}$$

$$2\sqrt{3} = \sqrt{2^2 \times 3}$$

$2 \times a = 2a$
文字の式と
同じだね



10

のように、 \sqrt{a} の形に変形することができます。

例2 \sqrt{a} の形にする

$$\begin{aligned} (1) \quad 5\sqrt{3} &= \sqrt{25} \times \sqrt{3} \\ &= \sqrt{25 \times 3} \\ &= \sqrt{75} \end{aligned} \quad \begin{aligned} (2) \quad \frac{\sqrt{20}}{2} &= \frac{\sqrt{20}}{\sqrt{4}} \\ &= \sqrt{\frac{20}{4}} \\ &= \sqrt{5} \end{aligned}$$

15

問2 次の数を変形して、 \sqrt{a} の形になさい。

- (1) $2\sqrt{2}$
- (2) $3\sqrt{3}$
- (3) $\frac{\sqrt{18}}{3}$

上とは逆に、

$$\begin{aligned} \sqrt{12} &= \sqrt{4 \times 3} \\ &= \sqrt{4} \times \sqrt{3} \\ &= 2\sqrt{3} \end{aligned}$$

$$\sqrt{2^2 \times 3} = 2\sqrt{3}$$

見方・考え方
逆向きにも

20

のように、 $a\sqrt{b}$ の形に変形して、 $\sqrt{\quad}$ の中を簡単な数にできる場合があります。

例3 $\sqrt{\quad}$ の中を簡単な数にする

$$\begin{aligned} (1) \quad \sqrt{18} &= \sqrt{9 \times 2} \\ &= \sqrt{9} \times \sqrt{2} \\ &= 3\sqrt{2} \end{aligned} \quad \begin{aligned} (2) \quad \sqrt{\frac{7}{16}} &= \frac{\sqrt{7}}{\sqrt{16}} \\ &= \frac{\sqrt{7}}{4} \end{aligned}$$

5 問3 次の数を変形して、 $\sqrt{\quad}$ の中をできるだけ簡単な数に
なさい。

- (1) $\sqrt{20}$
- (2) $\sqrt{\frac{5}{64}}$
- (3) $\sqrt{300}$

素因数分解を使って、 $\sqrt{\quad}$ の中を簡単な数にすることも
できます。

ふりかえり 3年

素因数分解
p.22~p.23

例4 素因数分解を使って

252 を素因数分解すると、 $2^2 \times 3^2 \times 7$ だから、

$$\begin{aligned} \sqrt{252} &= \sqrt{2^2 \times 3^2 \times 7} \\ &= \sqrt{2^2} \times \sqrt{3^2} \times \sqrt{7} \\ &= 2 \times 3 \times \sqrt{7} \\ &= 6\sqrt{7} \end{aligned}$$

15

$$\begin{array}{r} 2 \overline{) 252} \\ 2 \overline{) 126} \\ 3 \overline{) 63} \\ 3 \overline{) 21} \\ \quad 7 \end{array}$$

問4 次の数を変形して、 $\sqrt{\quad}$ の中をできるだけ簡単な数に
なさい。

- (1) $\sqrt{135}$
- (2) $\sqrt{588}$

例5 くふうして積を計算する

$$\begin{aligned} (1) \quad \sqrt{20} \times \sqrt{18} &= 2\sqrt{5} \times 3\sqrt{2} \\ &= 2 \times 3 \times \sqrt{5} \times \sqrt{2} \\ &= 6\sqrt{10} \end{aligned} \quad \begin{aligned} (2) \quad \sqrt{35} \times \sqrt{14} &= \sqrt{5 \times 7} \times \sqrt{2 \times 7} \\ &= \sqrt{2 \times 5 \times 7^2} \\ &= 7\sqrt{10} \end{aligned}$$

20

問5 次の計算をなさい。

- (1) $\sqrt{18} \times \sqrt{12}$
- (2) $\sqrt{15} \times \sqrt{10}$
- (3) $4\sqrt{2} \times 2\sqrt{6}$
- (4) $\sqrt{28} \times \sqrt{45}$

25

分母の有理化



どうすればいいかな

$\frac{1}{\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{2}}{2}$ であることを確かめましょう。

$\frac{1}{\sqrt{2}}$ のような分母に $\sqrt{\quad}$ をふくむ数は、右のように、
分母と分子に同じ数をかけて、分母に $\sqrt{\quad}$ をふくまない
形に変えることができます。

$$\frac{1}{\sqrt{2}} = \frac{1 \times \sqrt{2}}{\sqrt{2} \times \sqrt{2}} = \frac{\sqrt{2}}{2}$$

このように、分母に $\sqrt{\quad}$ をふくまない形に変形
することを、**分母を有理化する**といいます。

同じ数 $\sqrt{2}$ を
かけているね



例6 分母を有理化する

$$(1) \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{5}} = \frac{\sqrt{2} \times \sqrt{5}}{\sqrt{5} \times \sqrt{5}} = \frac{\sqrt{10}}{5}$$

$$(2) \frac{\sqrt{7}}{\sqrt{8}} = \frac{\sqrt{7}}{2\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{7} \times \sqrt{2}}{2\sqrt{2} \times \sqrt{2}} = \frac{\sqrt{14}}{4}$$

問6 次の数の分母を有理化しなさい。

(1) $\frac{1}{\sqrt{6}}$ (2) $\frac{\sqrt{3}}{\sqrt{5}}$ (3) $\frac{9}{\sqrt{18}}$

これまでに学んだことを使って、 $\sqrt{\quad}$ をふくむ式の値を
求めましょう。

$\sqrt{\quad}$ をふくむ式の値

例題1 $\sqrt{3} = 1.732$ として、次の値を求めなさい。

(1) $\sqrt{27}$ (2) $\frac{12}{\sqrt{3}}$

考え方 $\sqrt{\quad}$ の中をできるだけ簡単な数にしたり、分母を有理化
したりしてから計算します。

解答

$$(1) \sqrt{27} = 3\sqrt{3} = 3 \times 1.732 = 5.196$$

$$(2) \frac{12}{\sqrt{3}} = \frac{12 \times \sqrt{3}}{\sqrt{3} \times \sqrt{3}} = \frac{12\sqrt{3}}{3} = 4\sqrt{3} = 4 \times 1.732 = 6.928$$

問7 $\sqrt{5} = 2.236$ として、次の値を求めなさい。

(1) $\sqrt{20}$ (2) $\sqrt{80}$ (3) $\frac{5}{2\sqrt{5}}$

みんなであらためて話してみよう

$\sqrt{2} = 1.414$, $\sqrt{5} = 2.236$ として、次の値を求めましょう。

$\sqrt{5} = \square$ $\sqrt{0.5} = \square$
 $\sqrt{50} = \square$ $\sqrt{0.05} = \square$
 $\sqrt{500} = \square$ $\sqrt{0.005} = \square$

これらをくらべると、どんなことがいえるでしょうか。

練習問題

1 根号をふくむ式の乗法、除法

① $2\sqrt{5}$ と $3\sqrt{2}$ では、どちらが大きいですか。

② 次の数を変形して、 $\sqrt{\quad}$ の中をできるだけ簡単な数にしなさい。

(1) $\sqrt{72}$ (2) $\sqrt{125}$ (3) $\frac{\sqrt{63}}{3}$

③ 次の計算をしなさい。

(1) $\sqrt{6} \times 2\sqrt{3}$ (2) $\sqrt{18} \div \sqrt{8}$ (3) $\sqrt{50} \times \sqrt{48}$
 (4) $\sqrt{10} \div \sqrt{5} \times (-\sqrt{2})$ (5) $\sqrt{24} \div (-\sqrt{18}) \div \sqrt{3}$

④ 次の数の分母を有理化しなさい。

(1) $\frac{1}{\sqrt{3}}$ (2) $\frac{\sqrt{3}}{\sqrt{7}}$ (3) $\frac{2}{\sqrt{6}}$